



# Bitcoin基础：密码学基础

吴嘉婧

副教授

中山大学  
计算机学院

# What is Cryptography?



From wiki:

- **Cryptography** is the practice and study of techniques for secure communication in the presence of third parties (called adversaries).

第三方存在下的安全通信技术的研究与实践。

# What is Cryptography?



著名的密码学者Ron Rivest解释道：

“密码学是研究如何在敌人存在的环境中通讯”



甲



乙



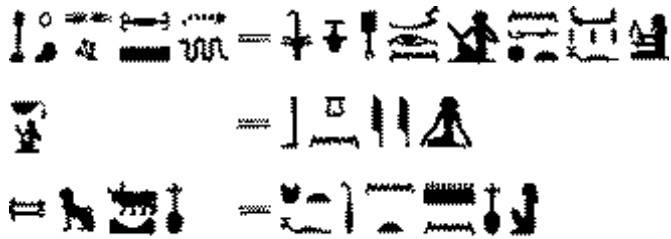
丙



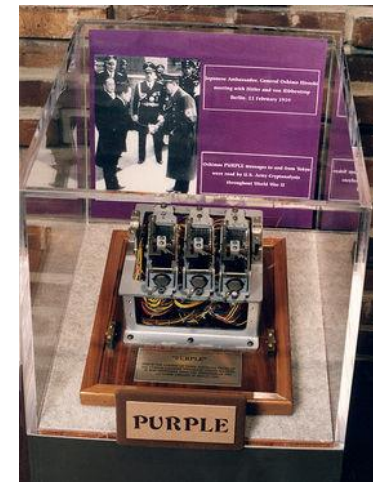
# 密码学悠久历史



## 古典密码学 (1976年以前)



Hieroglyphic encipherment of proper names and titles, with cipher hieroglyphs at left, plain equivalents at right



# 密码学悠久历史



现代密码学 (1976/1977年)

代表性事件

- 公钥密码学的提出和美国数据加密标准DES的颁布



左为Hellman, 右为Diffie



Whitfield Diffie, Martin Hellman

意义:

- 密码学成为了一门科学, 研究从军事和外交走向了公开

# 密码学主要研究内容



公钥加密

数字签名

私钥加密：分组密码，流密码

Hash函数

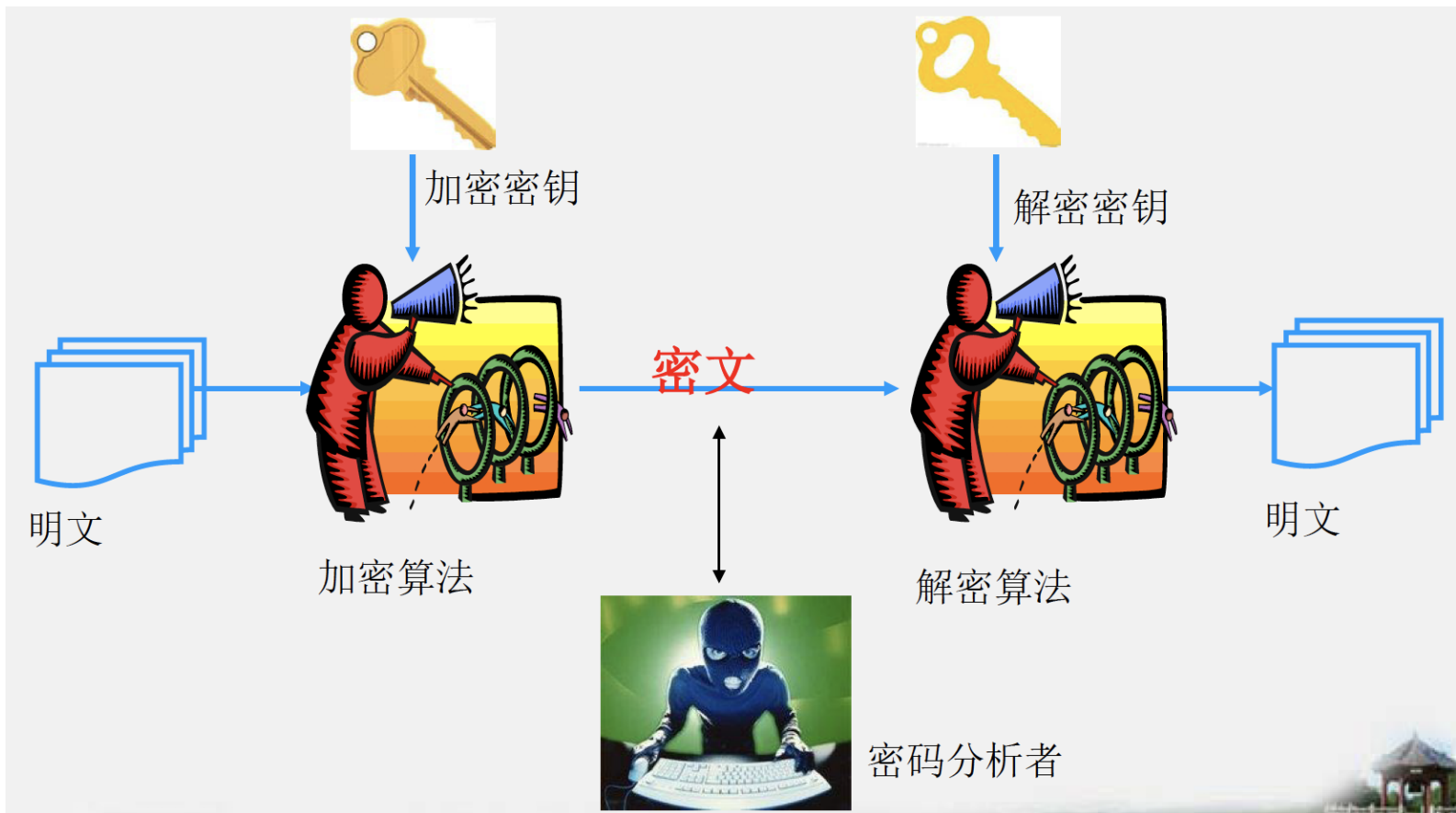
伪随机数

安全协议：承诺，

零知识证明，

多方计算等

# 引言 —— 基本概念

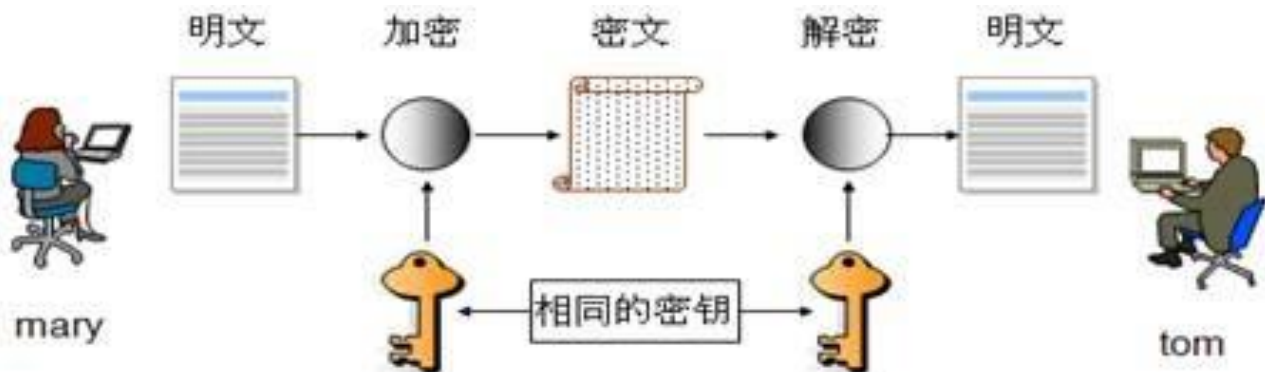


# 引言 —— 密码学基础



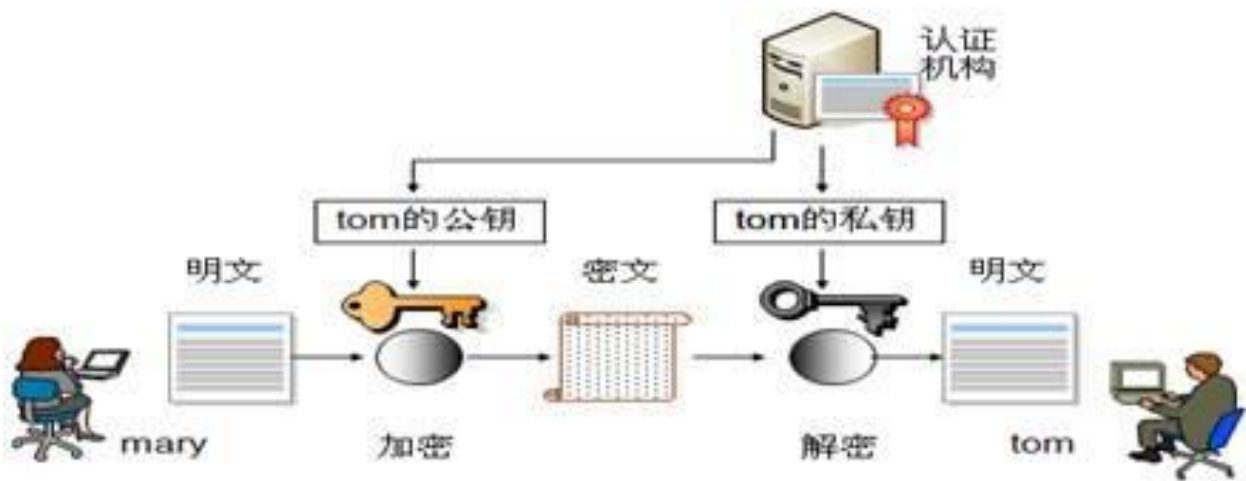
## 对称加密

使用相同的密钥  
加密大量数据



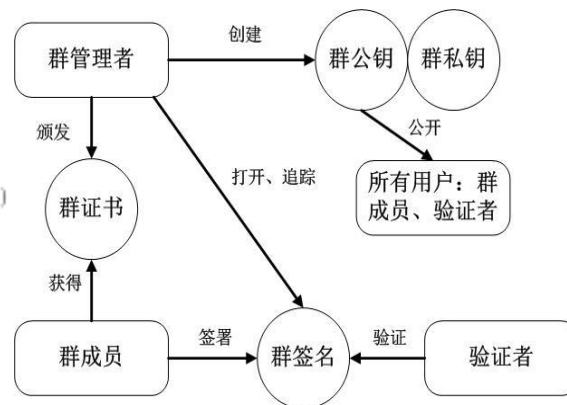
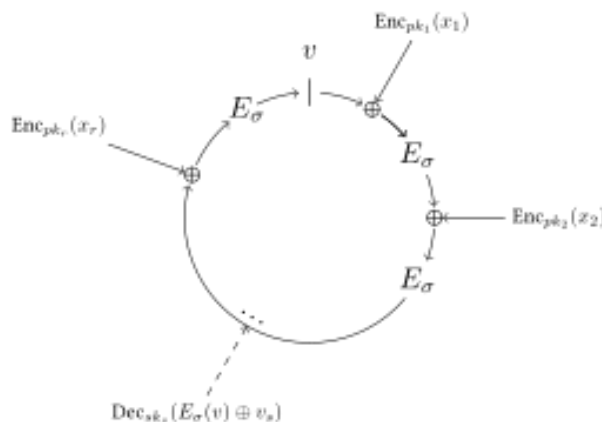
## 非对称加密

采用不同的密钥  
加密少量数据  
用于交换对称密钥  
用于签名验签





# 引言 —— 博大精深的密码学算法

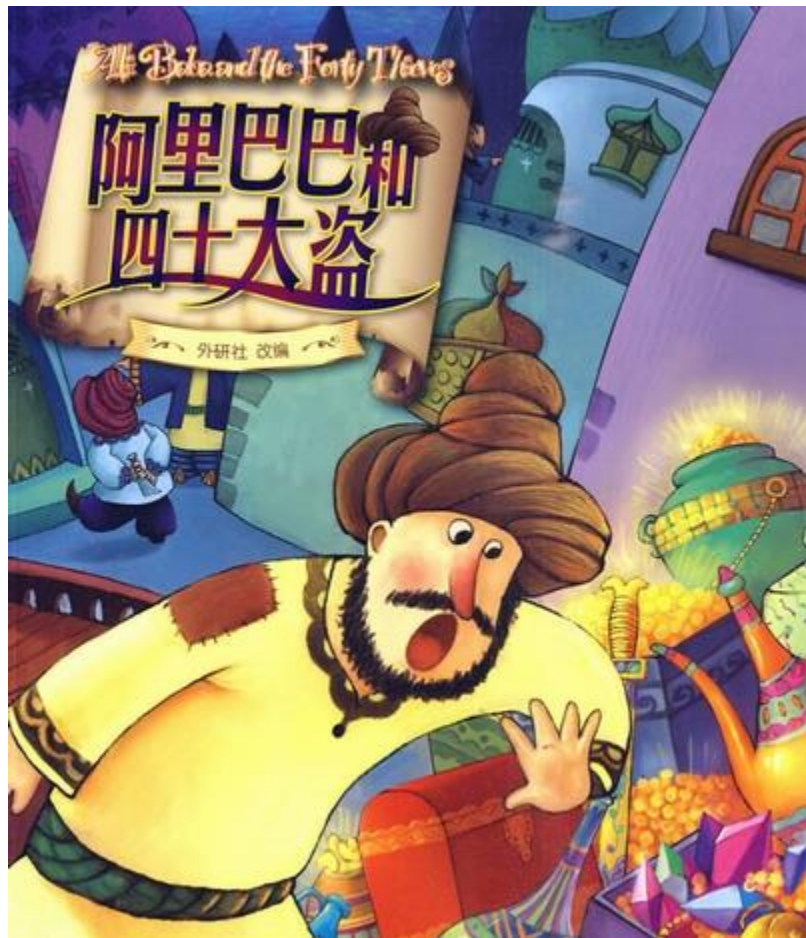


- 零知识证明
- 同态加密
- 属性加密, 格密码学
- 群签名, 环签名, 盲签名、代理签名、门限签名...
- 量子密码



- 零知识证明Zero Knowledge

- S.Goldwasser、S.Micali及C.Rackoff在20世纪80年代初提出
- 证明者能够在不向验证者提供任何有用的信息的情况下，使验证者相信某个论断是正确的。
- Zcash零币：比其他加密货币更强的隐私性。



## • 阿里巴巴的零知识证明

- 阿里巴巴想要向强盗证明自己拥有密码，又不想把密码告诉强盗。
- 让强盗离开一箭之地，距离足够远听不到口令，足够近无法在龚剑下逃生。
- 通过看强盗的手势展示开关门
- 零知识（不提供石门口令）证明（阿里巴巴知道石门打开的方法）

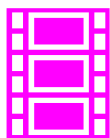
# 引言 — Keywords of this Class



- **哈希(HASH):**表示大量数据的唯一摘要值。原数据的少量更改会在哈希值中产生不可预知的大量更改, 可以作为数据的验证凭据
- **数字签名:**信息的发送者(掌握私钥)能产生的别人无法伪造的一段数字串, 且可以通过其公布出去的公钥验证是由他发送。

## 各种数据原文

账目, 音视频, 证书, 合同订单, 医疗记录



HASH摘要

HASH:  
完整性, 正确性



签名 → 验签

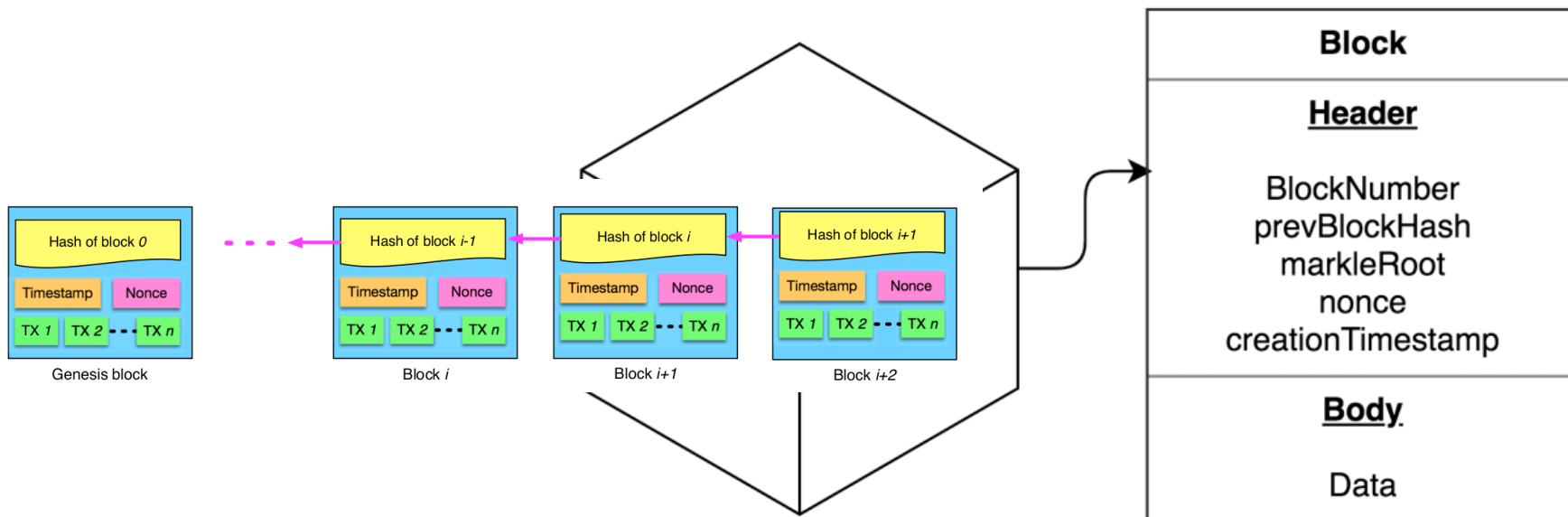
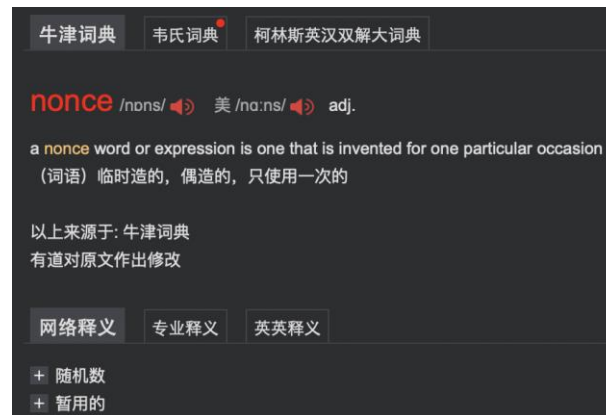
数字签名:  
所有者确权

# 引言 — Keywords



## 比特币的密码学相关的关键名词：

- 哈希函数 & 数字签名
- 背后的原理是什么？
- 为什么要使用它们？





比特币密码学基础

# PART 1: HASH FUNCTION

# Hash Function

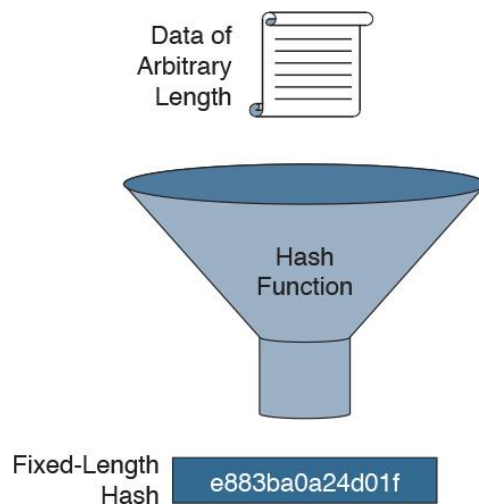


定义：Hash函数是将任意长度的消息映射成一个较短的定长输出消息的函数。

- 如下形式:  $h = H(M)$ ,  $M$ 是变长的消息,  $h$ 是定长的Hash值.

目的:

- 为文件、消息或其它的分组数据产生“数字指纹”



# Cryptography of Bitcoin – Hash Function



## 密码学哈希函数 (Hash Function) , 特性

- 输入可以为 任意大小的 string
- 输出固定大小(长度), e.g., 256 bit-long
- 有效计算: 特定的输入字符串, 合理时间内输出 ——  $O(n)$  复杂度

Hash function

SHA256(“3Blue1Brown”) =

Message/file

“Hash” or “Digest”

```
11001010111100010010111000011011
11000101101010010110001011011110
11000001110100000110010100111001
11111110111100000001111100110110
0011011000001110000010101110010
00101001100000000011101110011110
10010001010000011100001001001100
10001011111011010101010001110000
```



# Property of Cryptographic Hash Function



Cryptographic hash function

$$\text{SHA256}(\underbrace{\text{“} \quad \text{”}}_{\text{???}}) =$$

```
10011111001111000101111001001011
11011110111011010011011010100101
01010100010001011110111011010010
10000101011100101100110011111101
00111001000111000001011001100001
00110010101100111110101100100100
00010101011010001010001000010010
11000001100001111001001110000100
```

Desired output



Inverse is infeasible

```
SHA256(“Guess #23”) =
10010110011101111101110100000010
11011110111100110000110010011101
10000010001101011010101101001111
11000011000111110001000111010110
11010101101100100001001111110101
00111101010010101101001111001001
10010111111101110111010001010000
00110011000110001000110000001101
```

# 剧透： Proof of Work, & Difficulty



## Ledger

Alice pays Bob 20 LD

Alice pays You 300 LD

Charlie pays You 100 LD

1073765433



“Proof of work”

SHA256



Probability:  $\frac{1}{2^{30}} \approx \frac{1}{1,000,000,000}$

30 zeros ?



```
11001000100010100100001110110000
00000000011100101100100000000100
01100000000111001100100101000110
00001111110110110110011111001000
01111001111101100001010110001100
10001101011100101011110100110101
10101101101100111100101110101011
00010000011101100110100110111000
```



# Cryptography of Bitcoin



如果达到**密码学安全**，还需如下**附加特性**

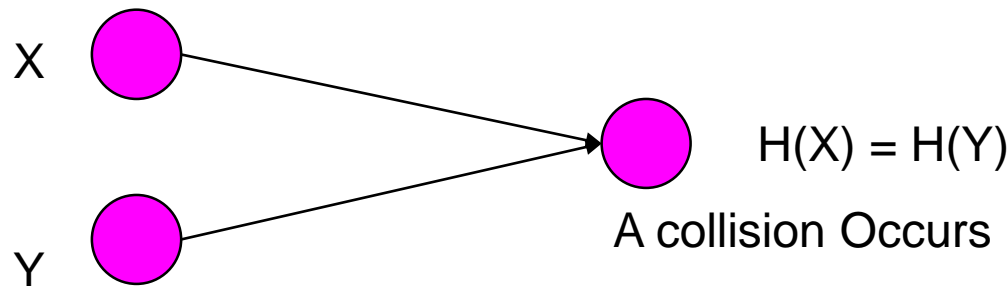
- 碰撞阻力 (collision-resistance)
- 隐秘性 (hiding)
- 谜题友好 (puzzle-friendliness)

# 密码学特性1-碰撞阻力 (Collision-Resistance)



## Definition

- A hash function  $H$  is said to be collision resistant if it is infeasible to find two values,  $x$  and  $y$ , such that  $x \neq y$ , yet  $H(x) = H(y)$ .
- 如果无法找到两个值,  $x$  与  $y$ ,  $x \neq y$ , 而  $H(x) = H(y)$ , 那么, 称哈希函数  $H$  具有碰撞阻力。

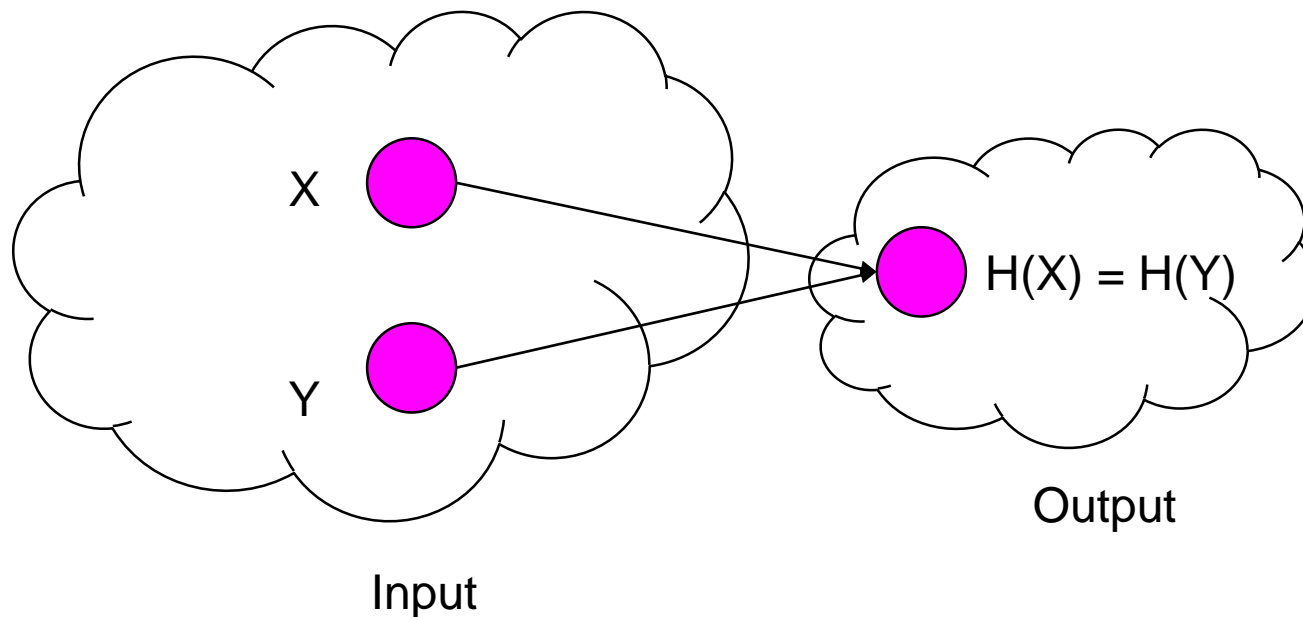


# 密码学特性1-碰撞阻力 (Collision-Resistance)



特性1——碰撞阻力 (Collision-Resistance)

— 找不到碰撞，不代表碰撞不存在



# 密码学特性1-碰撞阻力 (Collision-Resistance)



## 特性1——碰撞阻力 (Collision-Resistance)

### — 找不到碰撞，不代表碰撞不存在

**Theorem:** 假如有 $n+1$ 个元素放到 $n$ 个集合中去，其中必定有一个集合里至少有两个元素。



10只鸽子放进9个鸽笼，那么一定有一个鸽笼放进了至少两只鸽子。 □

随机源  
matters



## 随机碰撞检测

- E.g., SHA256, the worst case: conduct  $2^{256} + 1$  times of hash detection
- Average # of detections:  $2^{128}$
- $10^{27}$  年 = A PC (10000 hashes/sec) X  $2^{128}$

### MD5哈希及碰撞



Curpointer  
Pointer to next address!

1人赞同了该文章

Given  $M_1$ , we can find  $M_2$ , such that  $MD5(M_1) = MD5(M_2)$ .

#### 1. 什么是MD5?

md5是一种被广泛使用的密码散列函数，可以产生一个128位的（16进制）散列值，2004年，我国中科院院士王小云证实md5算法无法防止碰撞，因此，不适用于安全性认证。

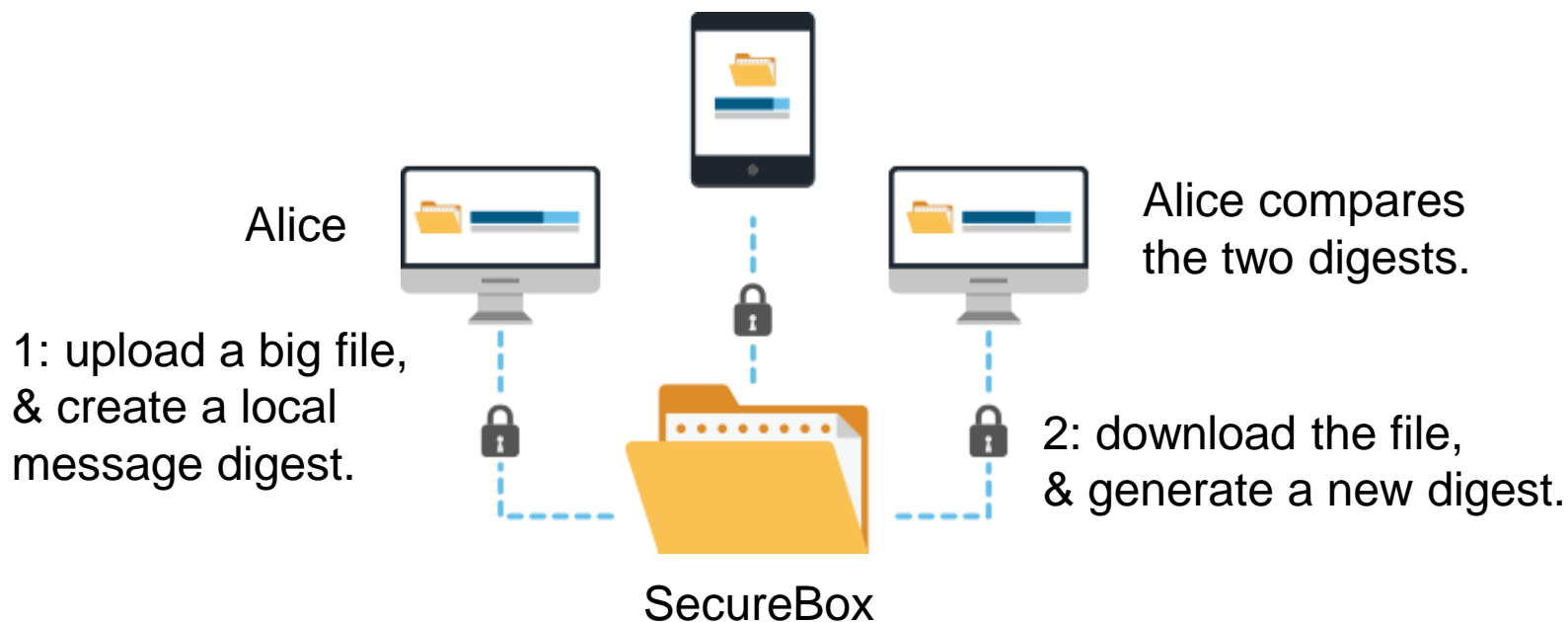
# 密码学特性1-碰撞阻力 (Collision-Resistance)



有什么用?

## — 信息摘要 (Message Digest)

- ◆  $X \neq Y$ , 则  $H(X) \neq H(Y)$
- ◆ 例子: 文件存储系统, 生成信息摘要 SHA256(file)





# 密码学特性2 – 隐秘性 (hiding)



## Definition

- A hash function  $H$  is hiding if: when a secret value  $r$  is chosen from a probability distribution that has high entropy, then given  $H(r \parallel x)$  it is **infeasible** to find  $x$ .
- $\parallel$  means concatenation of two strings.

隐秘性：哈希函数 $H$ 具有隐秘性，如果：当其输入 $r$ 选自一个高阶最小熵 (high min-entropy) 的概率分布，在给定  $H(r \parallel x)$  条件下来确定 $x$ 是不可行的。

# 密码学特性2 – 隐秘性 (hiding)



## 作用

- 保证：如果仅仅知道哈希函数的输出  $y = H(x)$ ，则没有可行的办法算出输入值  $x$ .
- 要求：
  - ◆  $x$  需要取值自一个很广泛的集合
  - ◆ 仅仅通过尝试几个特定的  $x$ ，找不到特定的输出值
- 如果： $x$  的取值并非来自分散的集合，怎么办？
  - ◆ e.g., 抛硬币实验： $H(\text{正面朝上}) = \text{“正面”}$ ， $H(\text{正面朝下}) = \text{“反面”}$ 。

# 密码学特性2 – 隐秘性 (hiding)



## 隐秘处理:

- 如果:  $x$  的取值并非来自分散的集合, 怎么办?
- 通过与另一个较为分散的输入进行结合

隐秘性: 哈希函数 $H$ 具有隐秘性, 如果: 当其输入  $r$  选自一个高阶最小熵 (high min-entropy) 的概率分布, 在给定  $H(r \parallel x)$  条件下来确定 $x$ 是不可行的。

- 最小熵: 用于测试 **结果可预测性** 的手段
- 高阶最小熵: 一个(随机)变量分布的分散程度
  - ◆ 从这样的分布中取样时, 我们无法判定取样的倾向
  - ◆ e.g., if  $r$  is selected randomly from a set of 256-bit strings, thus, a specific string is selected in  $\frac{1}{2}^{256}$

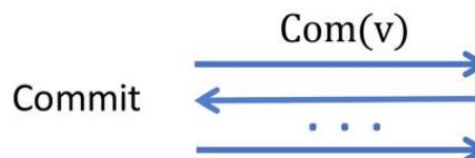
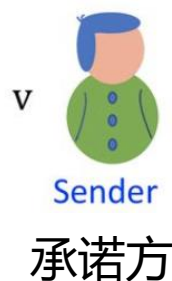
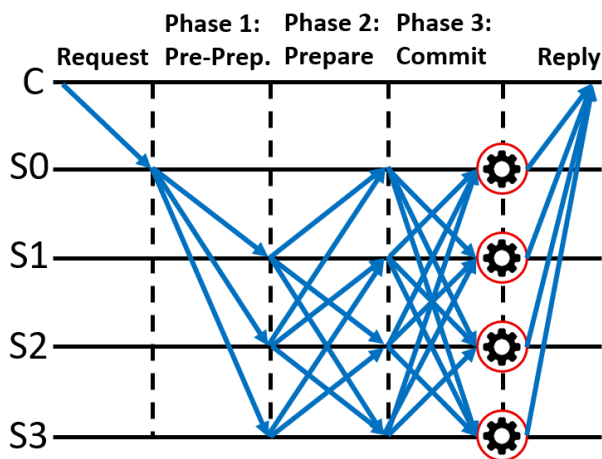
**无法判定  
 $r$  取样的  
倾向**

# 密码学特性2 – 隐秘性 (hiding)



## 应用

- **承诺 (commitment)**. 一个数字化的过程, 类比为:
- 1) 选取一个数字; 2) 将其封入信封; 3) 将信封展示给所有人.
- 这样意味着对一个**数字**进行了承诺, 生成了一个**信封**。



# 密码学特性2 – 隐秘性 (hiding)



## 应用 —— 承诺 (commitment)

– 一个承诺协议方案应该包括两个算法

- ◆  $com := \text{commit}(msg, nonce)$ , 承诺函数将信息 ( $msg$ ) 和一个临时随机数 ( $nonce$ ) 作为输入, 输出就是一个“承诺 (commitment, shorten as  $com$  here)”。
- ◆  $\text{verify}(com, msg, nonce)$ , 验证函数将某个承诺输出 ( $com$ )、临时随机数 ( $nonce$ ) 及信息 ( $msg$ ) 作为输入, 如果  $com == \text{commit}(msg, nonce)$ , 则返回“真” (true); 反之则返回“假” (false)。

**Nonce: 密码学  
术语, 该值只能  
使用一次**

# 密码学特性2 – 隐秘性 (hiding)



使用 **承诺** 协议，要求满足以下两个**安全特性**

- **隐秘性**：已知 $com$ ，没有可行的方法找到  $msg$ 。
- **约束性**：没有可行的办法找到两组 $(msg, nonce)$ 和 $(msg', nonce')$ ， $msg \neq msg'$ ，而  $commit(msg, nonce) == commit(msg', nonce')$ 。

为了使用承诺的方案，需要进行以下步骤

- 承诺方生成一个随机数:  $nonce$ ;
- 将其与信息 $msg$ 一同放入承诺函数 $commit()$   $\rightarrow com$  (承诺) =  $commit(msg, nonce)$ ;
- 承诺方向所有人公开明文和随机数 $\langle nonce, msg \rangle$ ;
- 验证方可以根据 $\langle nonce, msg \rangle$  再次生成承诺从而验证承诺方给的  $com$  的真假。

# 密码学特性2 – 隐秘性 (hiding)



使用承诺协议的时候，如何保证隐秘性和约束性？

首先如何 **执行** 承诺方案？

- 使用 hash function:  $\text{commit}(\text{msg}, \text{nonce}) := H(\text{nonce} \parallel \text{msg})$ ,
- where **nonce** could be a 256-bit long random number

通过代替来实现以下两个：

- **隐秘性**：已知  $H(\text{nonce} \parallel \text{msg})$ ，没有可行的方法找到  $\text{msg}$ 。
- **约束性**：没有可行的办法找到两组  $(\text{msg}, \text{nonce})$  和  $(\text{msg}', \text{nonce}')$ ， $\text{msg} \neq \text{msg}'$ ，而  $H(\text{nonce} \parallel \text{msg}) == H(\text{nonce}' \parallel \text{msg}')$ 。

**此隐秘性，正是我们期待 hash function 要具备的隐秘性！  
约束性：隐含在 哈希函数 的 collision-resistance 特性中。  
如果一个 Hash Function 具有 碰撞阻力 与 隐秘性，我们称之为一个有效的承诺！**

# 密码学特性3 – 谜题友好 (puzzle friendliness)



Definition:

- **Puzzle friendliness**. A hash function  $H$  is said to be puzzle-friendly if for every possible  $n$ -bit output value  $y$ , if  $k$  is chosen from a distribution with *high entropy*, then it is infeasible to find  $x$  such that  $H(k || x) = y$  in time significantly less than  $2^n$ .

**谜题友好**. 如果对于任意  $n$  位输出值  $y$ , 假定  $k$  选自高阶最小熵分布, 如果**无法找到**一个可行的方法, 在比  $2^n$  小很多的时间找到  $x$ , 保证  $H(k || x) = y$  成立, 那么我们称 **哈希函数** $H$  为 **谜题友好**.

**帮助理解**: 如果有一个人想找到  $y$  值所对应的输入, 假定在输入集合中, 有一部分是非常随机的, 那么他将非常难以求得  $y$  值 对应的输入。



## 特性3 --谜题友好 -- 的应用

### – 什么是 谜题搜索?

搜索谜题 搜索谜题构成:

- 一个哈希函数H。
- 从高阶最小熵分布选出的一个取值, id (我们称其为谜题ID)。
- 目标集合Y。

该谜题的解决方法为一个解, x, 应该满足以下公式:

$$H(id||x) \in Y$$

要求找到一个  
位于集合Y内的  
输出值

### – Y 集合的大小决定了谜题难度

- ◆ If Y集合的排列组合数==n, (n为谜题输出字符串的种类数), 难度为0。
- ◆ If Y集合的排列组合数==1, 难度最大。

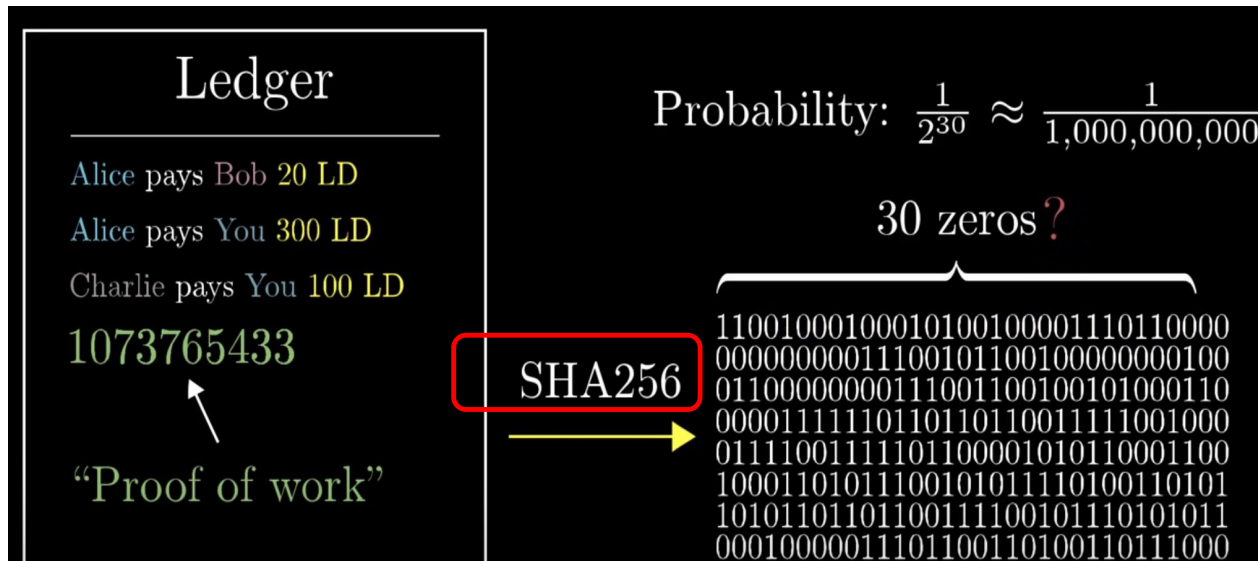
## 特性3 -- 谜题友好 -- 的作用

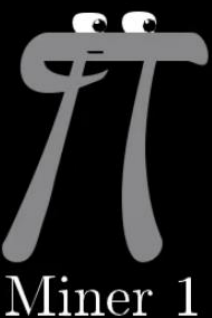
- 谜题搜索 —— Bitcoin's mining: 挖矿就是“解数学难题”?
- 如果一个  $H(\text{id} \parallel x)$  具备此特性, 则 对于这个谜题没有一个解决策略, 比只是随机地尝试  $x$  会更好。
- 那么, 我们可以为 Bitcoin 设计一个谜题搜索, 来保证所有参与者的公平性



## 特性3 --谜题友好 -- 的作用

- Mining 对每一个 miner 都是公平的：大家都不停地寻找一个合格的解  $x$  ——  $nonce$ !
- $H(\text{header} \parallel \text{TXs} \parallel \text{nonce}) < \text{target}$

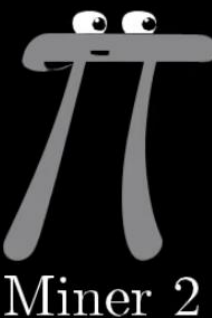




Prev hash
Miner 1 gets 10 LD Alice pays Bob 20 LD Charlie pays You 50 LD ⋮
3519312665706690

SHA256  
→

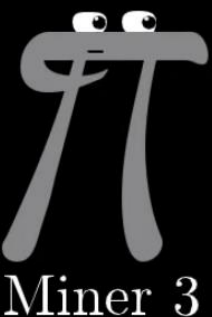
```
11011011011100111001000001000110
01101010001100100000110111010000
11111000001010101111101000110011
01111000011111100001101011100010
11100000001100111010010011100000
01000100111001110110010011100010
11110010111111010001010000101010
01110001110111011010001101101010
```



Prev hash
Miner 2 gets 10 LD Alice pays Bob 20 LD Charlie pays You 50 LD ⋮
9367055805810405

SHA256  
→

```
00000000000000000000000000000000
0000000000000000000000000000001010
01011110011000011011101001101000
00000000111000110000101100110110
100000110001111110101001110111000
10001011111001000110110101111011
10001100110011000100100111100110
10000001010110010100101111110000
```



Prev hash
Miner 3 gets 10 LD Alice pays Bob 20 LD Charlie pays You 50 LD ⋮
7231684817218973

SHA256  
→

```
11011011011100111001000001000110
01101010001100100000110111010000
11111000001010101111101000110011
01111000011111100001101011100010
11100000001100111010010011100000
01000100111001110110010011100010
11110010111111010001010000101010
01110001110111011010001101101010
```

# 密码学特性3



## Mining 的比喻

- $H(\text{header} \parallel \text{TXs} \parallel \text{nonce}) < \text{target}$
- 策略：狂轰滥炸，鸟枪法



Hash Function



解空间 Y



比特币密码学基础

# PART 2: DIGITAL SIGNATURES

# 引言 —— 比特币用户有账户吗？



## 银行账户

- 中心化账户管理<用户ID, 用户密码>

## 比特币没有账户

- 用户自己开账户 —— <public key, secret key>
- <pk, sk> 来源于 非对称加密
- pk: 用户名称 (地址)
- sk: 用户密码 (密码)
- pk是根据sk生成的

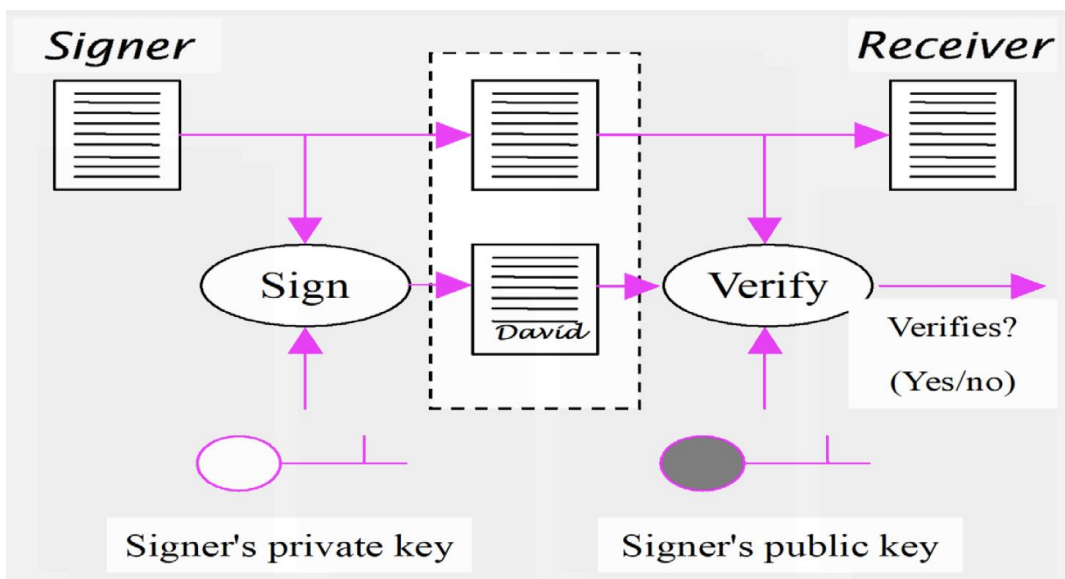
# 加密货币中的公钥私钥



加密货币不加密

那么，公钥私钥有什么用？

- 签名  $\text{Sign}(\text{message}, \text{sk}) = \text{Signature}$
- 验证  $\text{Verify}(\text{message}, \text{Signature}, \text{pk}) = \text{message}'$ ，对比  $\text{message}$  和  $\text{message}'$ ，判定 True / False



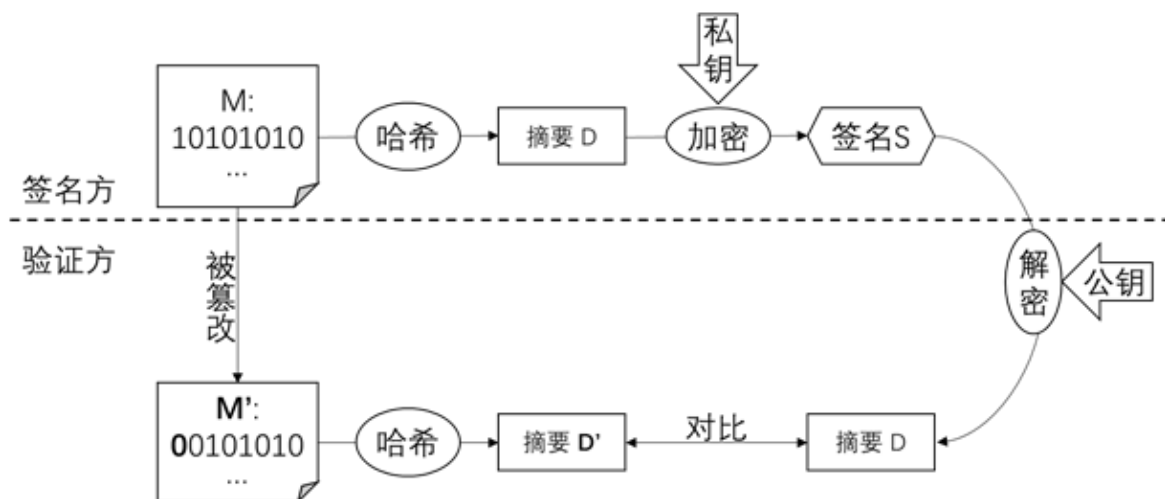


# 加密货币中的公钥私钥



如果直接对原有数据进行加密，这个过程的开销是十分巨大的。对此，通常采用了对原本信息的哈希值进行加密的方式进行签名。

对于检验方而言，通过检查数字签名S解密得到的摘要D和接收到的消息M'的摘要D'是否相同，便可以确定消息M的完整性和正确性。



简单的数字签名和检验流程

## 由三个算法构成

- $(sk, pk) := \text{generateKeys}(\text{keysize})$ 
  - ◆ 把  $\text{keysize}$  作为输入，来产生一对公钥和私钥
  - ◆ 私钥  $sk$  被安全保存，并用来签名一段消息；
  - ◆ 公钥  $pk$  是人人都可以找到的，拿到它用来验证你的签名。
- $\text{sig} := \text{sign}(sk, \text{msg})$ , 签名过程
  - ◆ 把一段消息  $\text{message}$  和私钥  $sk$  作为输入，输出是 签名  $\text{sig}$
- $\text{isValid} := \text{verify}(pk, \text{message}, \text{sig})$ , 验证过程
  - ◆ 通过把一段消息和签名消息与公钥作为输入，
  - ◆ 如果返回是真，证明签名属实；否则，证明签名的消息为假。

# 数字签名方案



要求两个性质有效:

– 有效的签名可以通过验证:

◆  $\text{verify}(\text{pk}, \text{message}, \text{sign}(\text{sk}, \text{message})) == \text{true}$

– 签名不可伪造

实践中

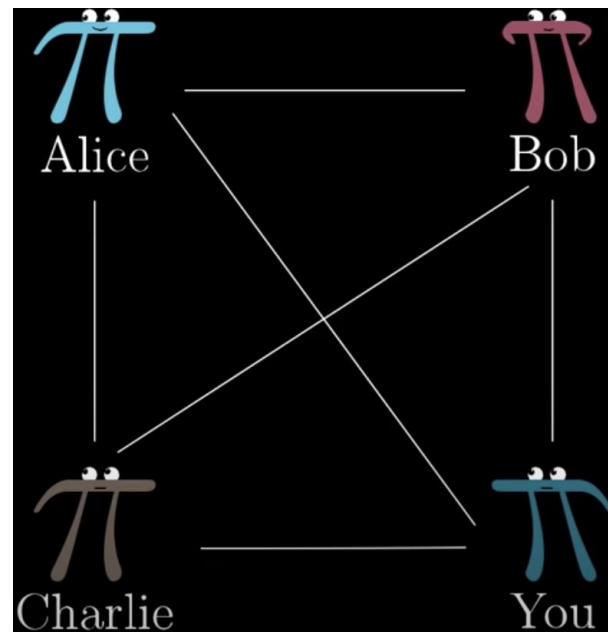
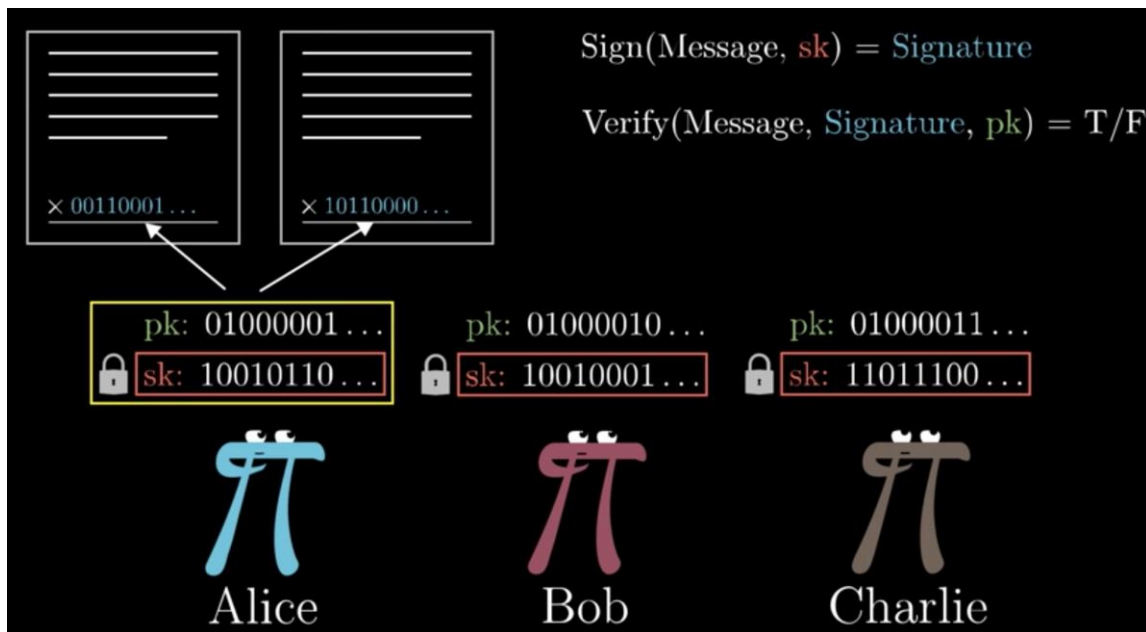
– 比特币使用的签名算法是随机的, 需要良好随机源

– 对要签名的信息 message 大小有限: 使用 Hash Func

# 比特币中签名



- 每笔 Tx 的发起方用他的 **sk** 签名
- 其他人通过 Tx 发起方的 **pk** 验证 Tx 的合法性



# 比特币中通过签名验证，防止Double-Spending



Ledger	Charlie's running balance
1. Alice gets \$100	
2. Bob gets \$100	
3. Charlie gets \$100 →	\$100
4. You get \$100	
5. Charlie pays Alice \$50 →	\$50
6. Charlie pays Bob \$50 →	\$0
7. Charlie pays You \$20 →	Overdrawn



## 为什么？

- Bitcoin 用户自己开账户 ——  $\langle pk, sk \rangle$
- 其他用户看到一个签名，并被一个  $pk$  验证了： $pk$  就可以代表一个人的身份
- 比特币中用户的身份： $地址 := Hash(pk || x)$

## 去中心化身份管理

- 随时定制新的随机身份
  - ◆  $new \langle pk, sk \rangle = generateKeys(keysize)$
- 匿名，一个人可以有多个  $\langle pk, sk \rangle$ 
  - ◆ Not strictly anonymous: pattern analysis

# Everyone Creates its own $\langle sk, pk \rangle$



Any problems?

- Is it possible: two pairs of  $\langle sk, pk \rangle$  are same?
- If yes, someone can steal other's coins, by keeping to try  $\langle sk, pk \rangle$  pairs, until to find one

Theoretically, it sounds a good idea !

Don't worry, it is **impossible**, in practice.

- **Probability of success** is too low:  $\frac{1}{2}^{256}$

Randomness matters!

- A good *random source* determines *security of \$*.

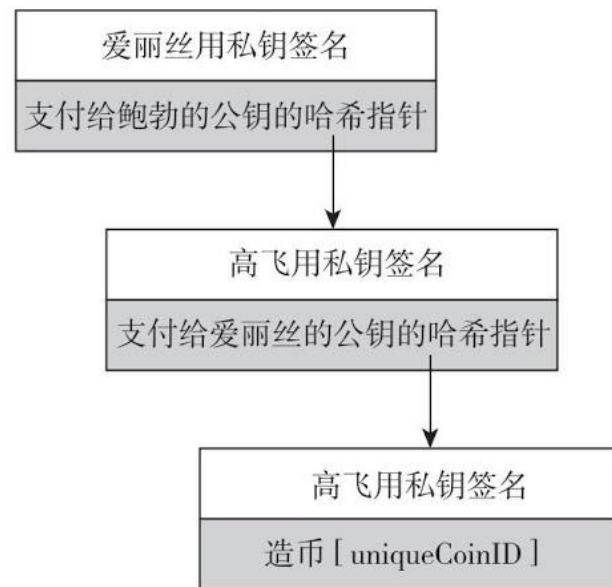


## 高飞币 (GoofyCoin): 最简单的加密货币

- 简单的规则1: 用户可随时创建新币 `CreateCoin[uniqueCoinID]`
- 简单的规则2: 用户可将币转给其他人, 必须通过密码程序完成
  - ◆ 签署声明: “transfer a coin to X” (X is pk)

### - 安全隐患?

- ◆ 双重支付 Double Spending: 一个人可以同时签署多份 transfer
- ◆ 用户无限制地铸币
- ◆ 尽管 coin 的转移机制与 Bitcoin 很接近, 但是不安全, 不能被使用



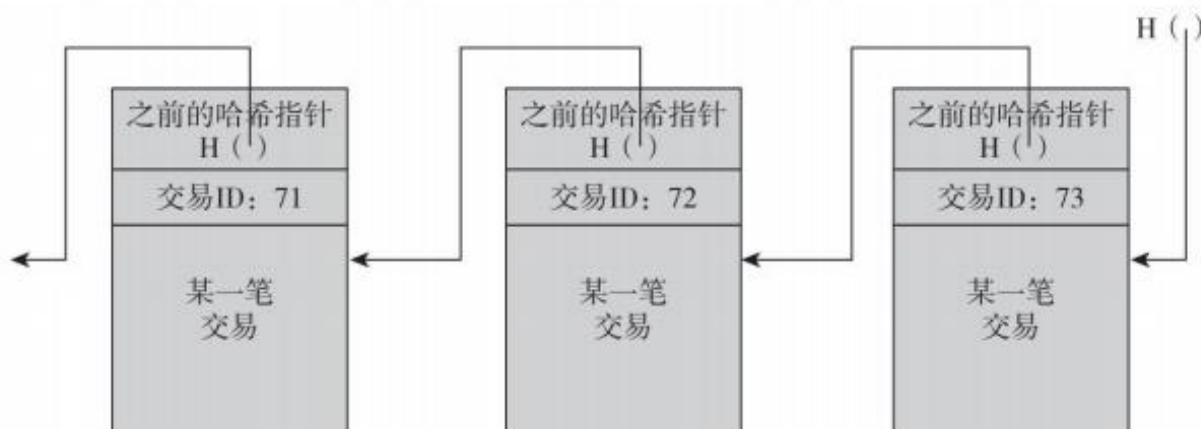
高飞币交易



## 财奴币 (ScroogeCoin)



- 基于高飞币，为了解决双重支付的问题，采用了更加复杂的数据结构。
- 主要概念：仅增账目 (append-only ledger)
  - ◆ 保证写入账目的数据都会永久保留下来
  - ◆ 账目数据只能增加，不能删除和修改
- 建立如下的区块链





## 财奴币 第一种交易：CreateCoins

- 扩展：一次可以造多个币
- 只有财奴才可以铸币

交易ID: 73		类型: 造币	
被创造的货币			
序号	数量	造币记录	
0	3.2	0x...	← 虚拟货币ID 73 (0)
1	1.4	0x...	← 虚拟货币ID 73 (1)
2	7.1	0x...	← 虚拟货币ID 73 (2)



## 财奴币 第二种交易：PayCoins

- 被消耗的币必须是之前的交易中创建的
- 被消耗的币没有在之前的某个交易中被消耗掉：non double spending
- 本次交易产生的币值量==消耗的币值量：只有财奴才可以创建新币
- 本次Tx 被消耗的所有币都有其所有者的有效签署

交易 ID: 73		类型: 付币
消耗的虚拟货币 ID: 68 (1), 42 (0), 72 (3)		
被创造的货币		
序号	数量	造币记录
0	3.2	0x...
1	1.4	0x...
2	7.1	0x...
签名		



## 财奴币 缺陷

- 权利太大
- 可以停止支持其他用户
- 财奴自己想要多少就创建多少，从而失去更新系统的动力

## 去财奴化 —— 去中心化的加密货币 的要求

- 一个公开的 Blockchain
- 所有用户必须一致同意哪些 Tx 有效
- 去中心化的方式分配交易与货币的 ID
- 新币的铸造也通过 去中心化的方式