Chapter 5-7
习题课

例题5-1 检验员逐个检查某产品，每检查一个产品耗时10秒钟，但有时需要重复检查一次。设每个产品需要重复检查一次的概率为1/2，求在8小时内检验员检查的产品个数不少于1900的概率。$\Phi(\frac{6}{\sqrt{19}}=0.9162)$

真题5 一生产线生产的产品成箱包装，每箱的质量随机，假设每箱平均重50kg，标准差为5kg，若用最大载重量为5t的汽车承运，试利用中心极限定理说明每辆车最多可以装多少箱，才能保障不超载的概率待遇0.977.（$\Phi(2)=0.977$,其中$\Phi(x)$是标准正态分布函数）

例题6-1 设总体$X\sim N(0,\sigma^2)$, $(X_1,X_2,\cdots X_n)$(n>1)为来自总体X的简单随机样本，$\overline{X}$,S^2分别为其样本均值和样本方差，求$D\left[X+(1-\frac{1}{n}S^2)\right]$.

真题6 设$X_1, X_1, \cdots X_n$是总体$N(\mu, \sigma^2)$的简单随机样本，

$\overline{X}$,S^2分别为其样本均值和样本方差，$T = \overline{X}^2 - \frac{1}{n}S^2$.

（I） T是μ^2的无偏估计量；

（II）当$\mu = 0, \sigma = 1$时，求$D(T)$.

例题7-1

设总体X的分布函数$F(x)=\begin{cases}1-e^{-\frac{x^2}{\theta}} & x\geq 0\\ 0 & x<0\end{cases}$,其中$\theta>0$为未知参数，$(X_1,X_2,\cdots X_n)$为来自总体$X$的简单随机样本，求$\theta$ 的矩估计量$\hat{\theta}_M$和最大似然估计量$\hat{\theta}_L$.

例题7-2

设总体X的概率密度函数为$f(x,\theta)=\begin{cases}\theta, & 0<x<1\\ 1-\theta, & 1\le x<2\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$

其中$0<\theta<1$为未知参数，$(X_1,X_2,\cdots X_n)$为来自总体X的简单随机样本，记N为样本值$x_1,x_2,\cdots x_n$ 中小于1的个数，

（1）θ的矩估计量$\widehat{\theta}_M$，（2）求θ的最大似然估计量$\widehat{\theta}_L$.

真题7-1 设总体X的概率密度函数

$$f(x,\theta)=\begin{cases}\frac{1}{2\theta}, & 0<x<\theta \\ \frac{1}{2(1-\theta)}, & \theta\le x<1 \\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

其中$0<\theta<1$为未知参数，$(X_1,X_2,\cdots X_n)$为来自总体X的简单随机样本

（I）求参数θ的矩估计量$\widehat{\theta}$；

（II）判断$4\overline{X^2}$时是否是θ^2的无偏估计量并说明理由。

真题7-2 设随机变量X与Y相互独立，并分别服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$与$N(\mu,2\sigma^2)$，其中σ是未知参数$\sigma>0$.记$Z=X-Y$.

（I）求Z的概率密度函数；

（II） 设$(Z_1,Z_2,\cdots Z_n)$为来自总体Z的简单随机样本,求σ^2的最大似然估计量；

（III）证明该估计量是σ^2的无偏估计量